Aufgabe:
Berechne den Inhalt der gesamten Fläche, die durch das Schaubild der Funktion f mit

$$f(x) = 0,1x^4 + x^3 - 2x^2 + 2$$

und die Tangente an das Schaubild von f im Kurvenpunkt $\mathrm{P}(2 \mid f(2))$ begrenzt wird.

Vorgehensweise mit dem GTR:

- Funktionsterm bei $Y_1 = \ldots$ eingeben und Funktion zeichnen lassen.
- Im **TRACE**-Menü durch Eingabe des x-Wertes 2 den Funktionswert und im **CALC**-Menü auf die gleiche Weise den Wert der ersten Ableitung **dy/dx** berechnen lassen und damit die Tangentengleichung bestimmen (Punkt-Steigungs-Form).
  Oder:
  Mittels **DRAW→Tangent** und der Eingabe des x-Wertes 2 die Tangente darstellen lassen und die Werte ablesen. (Beachte: Die letzten angezeigten Nachkommastellen sind wegen numerischen Ungenauigkeiten fehlerbehaftet.)
- Eingeben der Tangentengleichung bei $Y_2 = \ldots$ und zeichnen beider Funktionen. WICHTIG: Es gibt hier zwei Teilflächen, die man mit **ZOOM→ZStandard** nicht erkennt. Deshalb **ZOOM→Zoom Out** wählen, um sich einen Überblick zu verschaffen: Der interessante Bereich auf der x-Achse ist $-12 \leq x \leq 3$. Dies unter **WINDOW** einstellen. Den Bereich auf der y-Achse kann man sich nun mit **ZOOM→ZoomFit** anpassen lassen.
- Da Integrale der Art $\int(Y_1(x) - Y_2(x))dx$ berechnet werden müssen, definiert man die Differenzfunktion $Y_3 = Y_1 - Y_2$. Die Funktionsnamen bekommt man unter **VARS→Y-VARS→Function**. Die Darstellung der beiden ersten Funktionen kann man ausschalten, indem man die schwarze Hinterlegung der Gleichheitszeichen im **Y=**-Menü durch Drücken von **ENTER** auf diesen Gleichheitszeichen ausschaltet. (Evtl. Darstellungsbereich mit **ZoomFit** erneut anpassen.)
- Berechnen der beiden noch nicht bekannten Schnittpunkte des Schaubildes von f mit der Tangente. Das sind nämlich jetzt die Nullstellen von Y_3: **CALC→zero** dann Cursor links von der Nullstelle plazieren, **ENTER** drücken und gleiches für die rechte Grenze (ein Tipp ist i.d.R. nicht notwendig). Die berechnete Nullstelle dann unbedingt abspeichern. Dazu die Grafik mit **QUIT** verlassen und den Wert z.B. mit **STO→A** speichern. Zweite Nullstelle unter **B** speichern.
- Das erste Integral berechnen mit **CALC→∫f(x)dx** gefolgt von der Eingabe der Grenzen **A** und **B**. Den Wert des Integrals wie oben vielleicht unter **F** abspeichern.
- Zweites Integral analog berechnen und die Flächeninhalte addieren.

Lösung

Die Gleichung der Tangenten lautet $y = 7,2x - 10,8$.

Als Schnittpunkte des Schaubildes von f und der Tangenten erhält man (auf 3 Nachkommastellen gerundet): $x_1 = -11,123$; $x_2 = -2,877$; $x_3 = 2$

Die Gesamtfläche setzt sich aus zwei Teilflächen (788,778 FE und 48,069 FE) zusammen.

Ergebnis: $\underline{\underline{A = 836,846 \text{ FE}}}$